

42 高斯函数

1. $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 据此计算:
 - (1) $[2.4]$
 - (2) $[0.1]$
 - (3) $[-1.5]$
 - (4) $[0]$
 - (5) $[1]$
 - (6) $[\pi]$
 - (7) $[e]$
 - (8) $[\ln 3]$
2. 规定 $[x]$ 为 x 的整数部分, $r = x - [x]$ 为 x 的小数部分。计算下列实数的 r :
 - (1) 2.4
 - (2) 0.1
 - (3) -1.5
 - (4) $-\pi$
 - (5) e
 - (6) $\ln 2$
3. 当 $x_1 \leq x_2$ 时, $[x_1]$ 和 $[x_2]$ 是什么关系?
4. 求证: $x - 1 < [x] \leq x < [x] + 1$
5. 求证: $[x] + [y] \leq [x + y] \leq [x] + [y] + 1$
6. 求证: 当 $n \in \mathbb{Z}$ 时, $[x + n] = [x] + n$
7. 求证: 当 $n \in \mathbb{Z}$ 时, 若 $n \leq x < n + 1$, 则 $[x] = n$
8. 求证: $0 \leq r < 1$