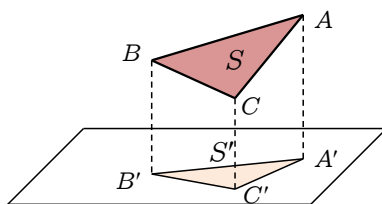
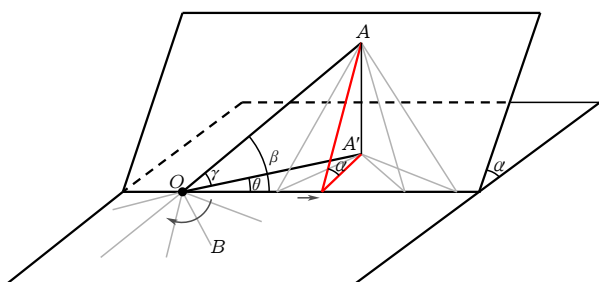


77 立体几何定理



1. 参考上图,证明三正弦定理:

$$\sin\alpha\sin\beta=\sin\gamma$$

并据此求出当 O 在棱上运动时 γ 的最大值。

2. 参考上图,证明三余弦定理:

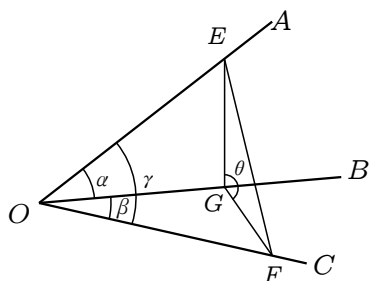
$$\cos\gamma\cos\theta=\cos\beta$$

并据此求出当射线 OB 在平面内旋转时 β 的最小值。

3. 参考下图,证明三射线定理:

$$\cos\gamma=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta\cos\theta$$

其中, θ 为二面角 $E-OG-F$ 的平面角。



4. 证明空间余弦定理:

已知四面体 $ABCD$, 异面直线 AC 、 BD 夹角为 α , 则

$$\cos\alpha=\frac{|BC^2+AD^2-AB^2-CD^2|}{2AC\cdot BD}$$

5. 参考下图, 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S , $\triangle ABC$ 在平面 α 的投影 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 S' 。设平面 ABC 与平面 α 的二面角为 θ , 证明面积射影定理:

$$\cos\theta=\frac{S'}{S}$$